



BOLETÍN DE EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS · CAMPO GRAVITATORIO

(Buscar los datos necesarios en los apuntes de clase)

1. Cuando Marte y la Tierra se encuentran a su distancia de separación mínima, (de $d = 5,6 \times 10^{10}m$), ¿qué tan lejos de una persona debe estar un camión con una masa de 16 toneladas, para tener la misma interacción gravitacional con su cuerpo que la que tiene Marte a esta distancia de separación mínima?

2. Un agujero negro es un objeto muy masivo y extremadamente compacto, que es tan denso que la luz emitida de su superficie no puede escapar. Supongamos que un agujero negro tiene una masa de $6,0 \times 10^{30}kg$, (unas tres veces la masa solar). Una nave espacial, con una longitud de 85 m, se aproxima al agujero negro hasta que el frente de la nave está a una distancia $r = 1,35 \times 10^4km$ del agujero negro. ¿Cuál es la diferencia en la aceleración debida a la gravedad entre la parte delantera y la trasera de la nave? (En realidad, cerca del agujero negro, la ley de gravitación de Newton debe modificarse, pero ignoraremos esa circunstancia para hacer esta aproximación).

3. El 14 de noviembre del año 2003, los astrónomos descubrieron un objeto, por entonces desconocido, en una parte del Cinturón de Kuiper, más allá de la órbita de Neptuno. Llamaron a este objeto *Sedna*, por la diosa Inuit del mar. La distancia promedio de *Sedna* al Sol es de $7,87 \times 10^8km$. ¿Cuánto emplea *Sedna* en completar una órbita alrededor del Sol?

4. Si se establece una base permanente en Marte, será necesario tener satélites estacionarios con respecto a Marte en órbita alrededor de él para facilitar las comunicaciones. Un día en Marte dura 24h 39 min 35s. ¿Cuál es el radio de la órbita para un satélite estacionario con respecto a Marte?

5. Durante el pasado eclipse total de Sol del día 21 de Agosto de 2017, saltó a la prensa la noticia de que "en el momento del máximo, pesaríamos hasta 10 N menos" (en realidad, la noticia hablaba de "pesar 1 kg menos", por no hablar de otros disparates que se dijeron). Admitiendo conocido el radio terrestre (6400 km), la distancia Tierra-Luna ($3,84 \times 10^5 km$) y la distancia Tierra-Sol ($1,5 \times 10^8 km$), determinar si la noticia de prensa era o no cierta. ($M_T = 5,97 \times 10^{24}kg$; $M_L = 7,35 \times 10^{22}kg$; $M_{Sol} = 2,0 \times 10^{30}kg$)

6. Una pequeña luna esférica tiene un radio de $6,3 \times 10^4m$ y una masa $m = 8,0 \times 10^8kg$. Un astronauta parado en la superficie de la luna arroja una piedra hacia arriba. La roca alcanza una altura máxima de 2,2 km sobre la superficie de la luna. ¿Cuál es la velocidad inicial de lanzamiento de la piedra? (Esta luna es demasiado pequeña para tener atmósfera).

7. CUESTIONES. (1) En un sistema estelar binario compuesto por dos estrellas de masas iguales, ¿dónde es el potencial gravitatorio igual a cero: (a) *Exactamente a mitad del camino entre las estrellas.* (b) *A lo largo de la línea que biseca a la línea que conecta a las estrellas.* (c) *A una distancia infinitamente grande de las estrellas.* (d) *Ninguna de las anteriores.* (2) Un científico que trabaja para una agencia espacial, notó que un satélite ruso con una masa de 250 kg se encontraba en un curso de colisión con un satélite estadounidense con una masa de 600 kg orbitando a 10^3km sobre la superficie. Ambos satélites se están moviendo en órbitas circulares, pero en sentidos opuestos. Si los dos satélites colisionan y se mantienen unidos, ¿continuarán en la órbita o chocarán con la Tierra? Explicación; (3) Donde orbita la Estación Espacial Internacional, la aceleración gravitacional es apenas un 11,4% menor que su valor en la superficie terrestre. Sin embargo, los astronautas en la estación espacial flotan. ¿Por qué ocurre esto?

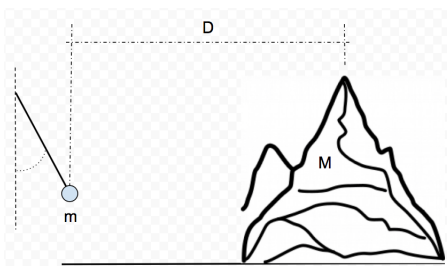
8. *Eris*, el mayor planeta enano conocido en el Sistema Solar, tiene un radio $R = 1,2 \times 10^3km$ y la aceleración debida a la gravedad en su superficie $g = 0,77 ms^{-2}$. a) Calcular la velocidad de escape de la superficie de *Eris*. b) Si un objeto se dispara directamente hacia arriba desde la superficie de *Eris* con la mitad de la velocidad de escape, ¿hasta qué altura máxima sobre la superficie subirá el objeto? (Suponer que *Eris* no tiene atmósfera y una rotación despreciable.)

9. Un satélite se encuentra en una órbita circular alrededor de un planeta. La razón de la energía cinética del satélite con respecto a la energía potencial gravitacional, es una constante cuyo valor es independiente de las masas del satélite, de la masa del planeta y del radio y la velocidad de la órbita. Encuentra el valor de esta constante. (Se toma la energía potencial como cero a una separación infinita.)

10. En general, existe un equilibrio de fuerzas en todas las estrellas. Por un lado la fuerza gravitacional, que actúa hacia dentro, y la fuerza creada por las reacciones nucleares, que actúan hacia fuera. En el transcurso de un gran lapso de tiempo, la fuerza debida a las reacciones nucleares se vuelve más débil, causando el colapso gravitatorio de la estrella y aplastando a los átomos hasta destruirlos. Bajo condiciones tan extremas, los protones y los electrones son fusionados para formar neutrones, dando lugar al nacimiento de una *estrella de neutrones*. Las estrellas de neutrones son masivamente pesadas: una cucharadita de la sustancia de una estrella de neutrones pesaría el equi-

valente a 100 millones de toneladas sobre la Tierra. a) Considera una estrella de neutrones cuya masa es el doble de la masa solar y cuyo radio es de 10 km . Si rota con un periodo de 1 s , ¿cuál es la velocidad de un punto sobre el ecuador de esta estrella? Compara esta velocidad con la velocidad de un punto sobre el ecuador terrestre. b) ¿Cuál es el valor de g en la superficie de esta estrella? c) Compara el peso de una masa de 1 kg sobre la Tierra, con su peso sobre la estrella de neutrones. d) Si un satélite debe circular a 10 km sobre la superficie de una estrella neutrónica semejante, ¿cuántas revoluciones por minuto efectuaría? e) ¿Cuál es el radio de una órbita *neutron-estacionaria* para esta estrella de neutrones?

11. Una plomada (una masa m que cuelga de un cordel) es desviada de la vertical un ángulo θ por la presencia de una montaña masiva cercana, quedando en equilibrio, tal y como se ve en la figura. (a) En función de la masa de la montaña (M), de la distancia a su centro (D) y de la masa de la Tierra (M_T) y radio terrestre (R_T), calcular el ángulo θ que se desvía la plomada; (b) Admitiendo que el monte *Everest* tiene la forma de un cono de 8000 m de altura y una base de 6200 m de diámetro, con una densidad $\rho = 3 \times 10^3\text{ kg/m}^3$, ¿qué ángulo se desviaría la plomada alejada 5 km de su centro si en ese lugar el campo gravitatorio terrestre es $g_0 = 9,8\text{ N/kg}$?



12. Sea una masa fija $m_1(0,0) = 10\text{ kg}$ y otra segunda masa fija $m_2(6,0) = 30\text{ kg}$. Se pide: (a) Módulo del campo gravitatorio en el punto $Q(0,2)$; (b) El punto sobre el eje de abscisas para el que el campo gravitatorio es nulo; (c) Trabajo que realiza el campo cuando la masa m_2 se traslada desde donde está al punto $P(0,6)$.

13. Mercurio describe una órbita elíptica alrededor del Sol. En afelio de su órbita, la distancia entre este planeta y el Sol es de $6,99 \times 10^{10}\text{ m}$, y la rapidez orbital entonces es de $3,88 \times 10^4\text{ ms}^{-1}$. en el perihelio, la distancia entre Mercurio y el Sol es de $4,60 \times 10^{10}\text{ m}$. Buscando los datos de la masa de mercurio y del Sol, determina: (a) rapidez orbital de Mercurio en el perihelio; (b) Energías cinética, potencial y mecánica de Mercurio en el perihelio; (c) Módulo de su momento lineal y de su momento angular en el perihelio; (d) ¿Qué magnitudes de las anteriores son iguales en el afelio y en el perihelio?

14. ¿A qué altura desde la superficie terrestre, un objeto pesa la quinta parte de su valor sobre la Tierra? (Buscar los datos necesarios)

15. Se han realizado dos experimentos para determinar la aceleración con la que cae un cuerpo en el seno del campo gravitatorio terrestre. El primer experimento se ha realizado en un laboratorio situado a nivel del mar,

obteniéndose un valor de $g = 9,81\text{ ms}^{-2}$. El segundo experimento se ha llevado a cabo en un globo aerostático que está a 19570 m sobre el nivel del mar, siendo entonces el resultado de $g = 9,75\text{ ms}^{-2}$. Se pide: (a) Determinar el valor del radio terrestre; (b) Hallar el valor de la constante G , sabiendo que la densidad media de la Tierra es $\rho = 5523\text{ kgm}^{-3}$.

16. Un satélite de 2 toneladas de masa, describe una órbita circular a 400 km de altura. Determina: (a) su velocidad orbital y periodo de rotación; (b) Energía que se precisa para poner en órbita el satélite desde la Tierra (sin tener presente el efecto de rotación terrestre).

17. Se coloca un satélite artificial de modo que pasa periódicamente cada dos días sobre un mismo punto del ecuador. Determina: (a) altura de su órbita; (b) velocidad orbital; (c) relación entre la energía de lanzamiento y la energía de escape en superficie. (Buscar los datos necesarios).

18. La aceleración de la gravedad en superficie, en un cierto planeta de 3200 km de radio, es de $6,2\text{ ms}^{-2}$. Calcular: (a) densidad del planeta; (b) velocidad de escape desde su superficie; (c) energía que hay que comunicar a un satélite de 50 kg de masa para ponerlo en órbita circular con un periodo de 2 h

19. La menor velocidad de giro de un satélite alrededor de la Tierra (conocida como *primera velocidad cósmica*) es la que se obtendría para un radio orbital igual al radio terrestre, R_T . Expresar en función de constantes conocidas (masa y radio terrestres) el valor de esa primera velocidad cósmica y el periodo de revolución correspondiente.

20. Sean las siguientes masas fijas y aisladas: $m_1(0,0) = 10^3\text{ kg}$; $m_2(8,0) = 2 \times 10^3\text{ kg}$; $m_3(0,8) = 3 \times 10^3\text{ kg}$. (a) Determinar la energía potencial asociada al sistema; (b) ¿Qué trabajo realizan las fuerzas del campo, para mover una masa $M = 0,5 \times 10^3\text{ kg}$ desde el punto $A(4,4)$ al punto $B(4,8)$?

21. Las masas fijas y aisladas $m_1 = m_2 = 10^4\text{ kg}$ están situadas en los puntos respectivos $(0,0)$ y $(6,0)$. Una tercera masa $m' = 0,5 \times 10^3\text{ kg}$ se abandona en el punto $P(3,8)$ a la influencia de las masas anteriores. Determina: (a) valor del campo gravitatorio en P ; (b) velocidad con la que m' pasa por el punto $(3,0)$, así como el valor del campo y del potencial gravitatorio en ese sitio; (c) ¿Qué trabajo se ha realizado en el movimiento anterior?

22. Cierta satélite de masa m orbita a la Tierra a una distancia d de su centro. Determina la relación que hay entre su velocidad orbital y su velocidad de escape desde ese punto.

23. Desde la estación espacial internacional (ISS), que está orbitando a 400 km de altura, un astronauta ve pasar un meteorito (de 550 kg de masa) con una rapidez de 70 kmh^{-1} hacia la Tierra. Suponiendo despreciable el efecto de la atmósfera, ¿con qué velocidad impactaría sobre la superficie terrestre? ¿Importa ese resultado del tipo de trayectoria que llevase el meteorito? ¿Qué masa de hielo, inicialmente a -15°C podría fundirse con el calor desprendido en el impacto? (Busca los datos que necesites).

24. Si el cero de energía potencial se fija sobre la superficie terrestre, ¿cuánto vale la energía potencial de una masa situada en el infinito?