

BOLETÍN DE EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS · INTERACCIÓN GRAVITATORIA · SEGUNDO DE BACHILLERATO

1. Teniendo presente que la masa de la Tierra es de unos  $6 \times 10^{24}$  kg, que su distancia media al Sol es de  $1,496 \times 10^{11}$  m y que su periodo orbital es de 365 días, determinar: (A) El valor de su momento angular de traslación respecto al Sol; (B) Velocidad areolar de ese movimiento de traslación. [SOL.:  $2,675 \times 10^{40} S.I.$ ;  $2,23 \times 10^{15} S.I$ ]

2. ¿Qué innovaciones introdujo Ptolomeo en la teoría geocéntrica y qué problemas parecían resolver?

3. Explicar los efectos que produce la fuerza de la gravedad de la Tierra sobre la Luna y de la Luna sobre la Tierra. ¿Qué fuerza es superior?

4. Usando los datos correspondientes a masas y distancias que tienes en los materiales de trabajo, calcula la "fuerza requerida para mantener a la Luna en su órbita" (en palabras de Newton) así como la aceleración que nuestro satélite padece.

5. Dos esferas idénticas de radio  $r$  y densidad  $\rho$  están "en contacto". Expresar la fuerza de atracción gravitatoria entre ambas en función de esos datos y de la constante  $G$ .

6. Dos esferas de 300 kg se hallan separadas 1 m a lo largo del eje OY. Calcular la fuerza neta que actúa sobre otra masa de 0,1 kg situada sobre el eje OX, a 0,25 m del punto medio de las esferas. [SOL.:  $\vec{F} = -3,84 \times 10^{-9} \vec{j}$ ]

7. Si la masa de la Luna es 0,012 veces la de la Tierra, y su radio es aproximadamente 1/4 del terrestre, determinar (aproximadamente) la aceleración de caída de los objetos en la superficie lunar.

8. Demostrar que el campo gravitatorio en la superficie de un planeta de densidad  $\rho$  y radio  $r$  es  $a = \frac{4}{3}G\pi\rho r$

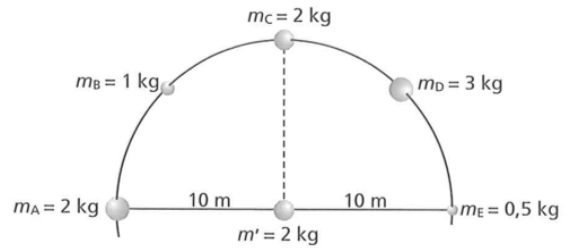
9. Un péndulo simple posee un periodo de oscilación  $T$  en la superficie de la Tierra. Si lo elevamos a una altura  $h = 2R_T$  ¿cuál será su nuevo periodo de oscilación?

10. Supongamos una masa  $m'$  sobre la superficie de un satélite natural de masa  $m$  y radio  $r$  que orbita a una distancia  $d$  alrededor de un planeta masivo de masa  $M$ . Teniendo en cuenta que el llamado *límite de Roche* es la distancia crítica  $d$  en la que la fuerza de marea sobre  $m'$  originada por el planeta se iguala a la fuerza de atracción gravitatoria que el satélite ejerce sobre  $m'$ , demostrar que ese límite vale

$$d = r \left( \frac{2M}{m} \right)^{1/3}$$

Expresa la ecuación anterior en función de las densidades del planeta (de radio  $R$ ) y de su luna.

11. Determinar la fuerza gravitatoria que actúa sobre  $m'$  en la siguiente distribución de masas:



[SOL.:  $\vec{F} = -0,02172 \times G\vec{i} + 0,09656 \times G\vec{j}$ ]

12. ¿Cuál debería ser la masa de la Tierra, comparada con la actual, para que la Luna girase en torno a nuestro planeta con el mismo periodo actual, pero a una distancia dos veces mayor?

13. Dos esferas A y B tienen la misma densidad, pero el radio de A es el triple del radio de B. (A) ¿Qué relación guardan los respectivos valores del campo en un punto P equidistante de los centros de las dos esferas?; (B) Si la separación entre los centros de las esferas es  $d$ , ¿a qué distancia de la esfera A se halla el punto en el que la resultante del campo debido a esas dos masas, es nulo?

14. ¿Pueden colocarse los satélites artificiales en cualquier órbita alrededor de la Tierra? Explicaciones.

15. ¿A qué distancia de un cuerpo de masa  $3m$  tiene el campo gravitatorio el mismo valor que a una distancia  $r$  de un cuerpo de masa  $m$ ? [SOL.:  $d = \sqrt{3}r$ ]

16. ¿Qué trabajo realizan las fuerzas del campo gravitatorio terrestre para mover una masa de 1 tonelada desde la superficie terrestre hasta una distancia tres veces ese radio? Interpreta el signo obtenido.

17. Hallar la altura sobre la superficie terrestre a la que se ha de colocar un satélite artificial para que su peso se reduzca en un 20%.

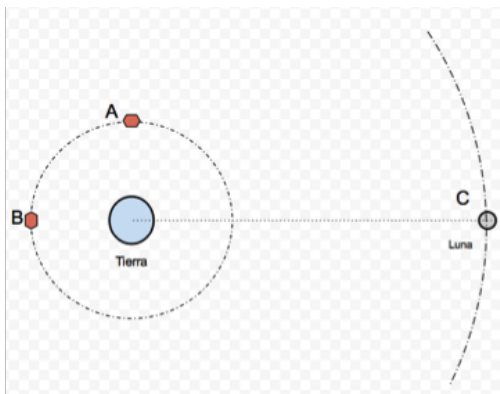
18. Determinar la velocidad con que llega a la superficie terrestre un objeto que se deja caer desde una altura  $h$  que NO es despreciable frente al radio terrestre, y comprobar que si lo fuera, esa velocidad sería  $v = \sqrt{2gh}$

19. Determinar la energía potencial de la masa  $m'$  del problema 11.

20. Desde la superficie terrestre se lanza un satélite. Al llegar a su altura máxima  $r$  medida desde el centro de la Tierra, se le comunica una velocidad horizontal. ¿Qué sucedería en cada uno de los siguientes casos? (A) la velocidad comunicada es  $v_1 = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$ ; (B) la velocidad comunicada está comprendida entre  $v_1$  y  $\sqrt{2}v_1$ ; (C) La velocidad comunicada es mayor o igual a  $\sqrt{2}v_1$

21. Una sonda espacial de 1 tonelada de masa está en órbita circular de radio  $2R$  alrededor de la Tierra. ¿Cuánta energía se requiere para transferir la sonda hasta otra órbita circular de radio  $3R$ ?

22. Se ha puesto recientemente en órbita geoestacionaria un nuevo dispositivo de comunicaciones de 570 kg de masa. (A) ¿qué radio de órbita posee el dispositivo y qué energía hizo falta en su lanzamiento (sin considerar la rotación terrestre); (B) Una vez en el punto A de su órbita (ver figura) ¿a qué valor de fuerza total debida al sistema Tierra-Luna está sometido el dispositivo?; (C) Si desde el punto B de la órbita se desea mandar un minisatélite (de 120 kg) a la base Lunar usando una órbita elíptica de mínima energía (al punto C), ¿qué tiempo emplearía ese dispositivo en llegar? (Se desprecian las aceleraciones y desaceleraciones del proceso); (D) ¿Con qué velocidad llegaría el dispositivo a la base lunar si no consiguiera frenarse su alumizaje? DATOS:  $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$ ;  $M_L = 7,37 \times 10^{22} \text{ kg}$ ;  $R_L = 1738 \text{ km}$ ;  $D_{TL} = 380\,000 \text{ km}$ .

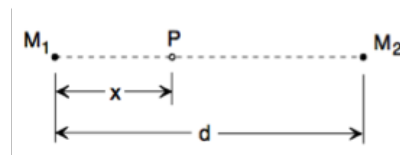


23. CUESTIONES. (a) Dos puntos A y B están en el interior de un campo gravitatorio uniforme separados una cierta distancia, y compartiendo una misma línea de fuerza que los une. El sentido del campo es de A hacia B. Soltamos una masa  $m$  justo entre los puntos. Razona hacia dónde se moverá espontáneamente ese objeto y qué sucederá con su energía cinética, potencial y mecánica durante ese movimiento; (B) Si el nivel cero de energía potencial se pone en la superficie terrestre, deducir el valor de la energía mecánica de un satélite (de masa  $m$ ) en órbita circular a una distancia  $d$  del centro de la Tierra; (C) ¿Pueden existir dos satélites en una misma órbita con diferentes velocidades? ¿Y con diferente masa?; (D) ¿Qué sucedería con la duración del año terrestre si la masa de la Tierra se redujera a la mitad? ¿Y si conservando su misma masa duplicara su radio? ¿Y si variase la masa del Sol? Explicaciones.

24. Usando los datos que aparecen en los materiales de trabajo de clase, calcula la altura máxima a la que llegará un objeto que se lance desde la superficie terrestre con una velocidad igual a  $3/4$  de la velocidad de escape en superficie.

25. Dos planetas esféricos tienen de masas  $M_1$  y  $M_2 = 9M_1$  pero en sus superficies la intensidad del campo gravitatorio es la misma. Determinar (a) la relación entre los radios de los planetas y sus densidades; (b) ¿Son iguales las velocidades de escape desde la superficie de los planetas? Explicación.

26. Dos partículas  $M_1$  y  $M_2 = 9M_1$  están separadas una distancia  $d = 3 \text{ m}$ . En el punto P señalado, el campo gravitatorio total es nulo. Calcular la distancia  $x$  señalada.



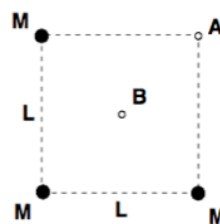
27. Un satélite de 500 kg orbita circularmente a una distancia de  $7,54 \times 10^6 \text{ m}$  alrededor de la Tierra. (A) Determina su velocidad orbital; (B) Para pasarlo a otra órbita circular de doble radio, ¿qué trabajo han de realizar los motores de ese satélite? (Se conoce la masa de la Tierra).

28. Supongamos dos esferas fijas e iguales de masa  $M$  y radio  $R$  separadas una distancia  $10R$ . Si se libera una de ellas, ¿con qué velocidad impactará con la otra?

29. Una posible trayectoria para enviar a Marte a Marte es mediante una órbita elíptica justo cuando la Tierra está en el perihelio y Marte en el afelio. Asumiendo circulares las órbitas de Marte y la Tierra alrededor del Sol, calcular (en años) cuánto tiempo emplearía la nave en llegar a Marte, si los radios de las órbitas de Marte y la Tierra alrededor del Sol son 1,52 UA y 1 UA respectivamente. Consulta los datos necesarios en los materiales de clase. [SOL.: 0,71 años aprox.]

30. Desde lo alto de una montaña terrestre de 8 km de altura, deseamos poner en órbita un objeto a esa misma altura. Consultando los datos necesarios, calcula la velocidad necesaria de lanzamiento.

31. Si desde el punto A de la figura soltamos una partícula, ¿se moverá espontáneamente hacia B? En caso afirmativo, determinar la velocidad con que llega (en función de los datos suministrados y las constantes universales).



32. Considera un asteroide de 2 km de radio y una densidad de  $2,5 \text{ kg/m}^3$  que impactase con la Tierra. Gracias al trabajo de observación de los astrónomos, el asteroide es avistado cuando se hallaba a una gran distancia. ¿Con qué energía impactará sobre la superficie de la Tierra, admitiendo despreciable los rozamientos con la atmósfera?. Expresa el resultado en Megatonnes (1 Megatón es la energía equivalente a 1 millón de toneladas de TNT =  $4,2 \times 10^{15} \text{ J}$ )

33. La luna Janus de Saturno orbita con un periodo de 0,695 días y una distancia dd 2,64 veces el radio del planeta. Determinar la masa de Saturno y expresarla como múltiplo de la masa terrestre.

34. Determinar la energía de un satélite geoestacionario de masa  $m$  situado en su órbita.